

Eje 7

Didáctica de la
matemática educativa



Un proyecto con enfoque STEAM para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de sexto grado

A STEAM-Focused Project for Developing Variational Thinking in Sixth-Grade Students

Sara Milena Soto¹

Yaritza Rodríguez²

Aura Janneth Taramuel³

Resumen

Este trabajo presenta una alternativa de integración de las matemáticas y las ciencias, fundamentada en el Aprendizaje Basado en Proyectos con enfoque STEAM. El propósito fue analizar la incidencia de la implementación del proyecto «Lluvia o calor, ¿qué me espera hoy?» en el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de sexto grado en una institución educativa de la ciudad de Medellín, Colombia. En el plano metodológico, el proyecto se ubica en el paradigma cualitativo y se enmarca en el estudio de caso. El proyecto se ejecutó durante 10 semanas y el producto final se consolidó en una estación meteorológica. Este reporte presenta el diseño general del proyecto y una de las actividades desarrolladas durante la semana 5, la cual sugiere que los estudiantes pudieron detectar y caracterizar los factores de cambio en relación con la dirección del viento, lo cual implicó el desarrollo de habilidades asociadas al pensamiento variacional.

Palabras clave: aprendizaje basado en proyectos, educación STEAM, pensamiento variacional, sistema de tareas.

Abstract

This work presents an alternative for integrating mathematics and sciences, based on Project-Based Learning with a STEAM approach. The purpose was to analyze the impact of the project “Rain or Heat, What Awaits Me Today?” on the development of variational thinking in sixth-grade students at an educational institution in Medellín, Colombia. Methodologically, the project falls within the qualitative paradigm and is framed as a case study. The project was carried out over 10 weeks, with the final product being a weather station. This report presents the overall design of the project and one of the activities developed during week 5, which suggests that the students were able to detect and characterize the factors of change related to wind direction, thereby developing skills associated with variational thinking.

Keywords: STEAM education, project-based learning, variational thinking, task system.

¹ Universidad de Antioquia. Colombia, milena.soto@udea.edu.co, ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-6012-0188>

² Universidad de Antioquia. Colombia, yaritza.rodriguez@udea.edu.co, ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-7904-9359>

³ Universidad de Antioquia. Colombia, aura.taramuel@udea.edu.co, ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-4202-6155>

1. Introducción

En la actualidad, uno de los retos de la educación matemática está asociado con la necesidad de encontrar relaciones entre lo que se enseña y el contexto cercano de los estudiantes. Al respecto, Alsina y Mulá (2022) refieren que el siglo pasado estuvo caracterizado por procesos de memorización, repetición y descontextualización que orientaban el currículo de manera fraccionada, lo cual condujo al desarrollo de un pensamiento crítico deficitario, baja autonomía y algunas dificultades en la aplicación del conocimiento matemático.

Bajo esta mirada pareciera que se hubiesen priorizado los aspectos procedimentales sobre los conceptuales. Sin embargo, desde la perspectiva de Villa et al. (2017) adoptar un enfoque conceptual permite una dimensión pragmática y crítica en los estudiantes, ya que reconocen el valor de las matemáticas en situaciones auténticas, reales y cercanas a la cultura. En ese mismo sentido, Valero (2018) ha planteado cuestiones sobre los retos que enfrentan los educadores al abordar un problema matemático significativo, desafiante y creativo para propiciar una conciencia ambiental y un pensamiento matemático crítico.

En este sentido, esta investigación pretende potenciar el pensamiento variacional a través del estudio de fenómenos climáticos en estudiantes de sexto grado mediante la participación en el proyecto «Lluvia o calor, ¿qué me espera hoy?». Se utiliza el enfoque STEAM (*Science, Technology, Engineering, Arts, Mathematics*) para favorecer la integración entre las matemáticas y las ciencias, y promover las habilidades y competencias matemáticas.

2. Metodología

En este trabajo, desarrollado en el marco de una investigación cualitativa, se adoptó el método de estudio de casos descriptivo-interpretativo (Pérez-Serrano, 2000). Para la recolección de la información se utilizaron la observación participante, cuestionarios de diagnóstico y evaluativos, y registros en el diario de campo.

Para el diseño del proyecto se partió de un sistema de tareas que involucró las características esenciales de un diseño de proyecto propuestas por Larmer et al. (2015), los pensamientos matemáticos descritos por el Ministerio de Educación de Colombia (MEN), los principios teóricos propuestos por Mancilla (2012) y las relaciones con las disciplinas STEAM.

Para el análisis de la información se tuvieron en cuenta los procesos del pensamiento variacional planteados por el MEN (1998) y los principios teóricos (coherencia curricular, transversalidad, progresividad y complejidad) de un sistema de tareas. En este caso, se hizo énfasis en la transversalidad, que se refiere a la relación entre los pensamientos matemáticos.

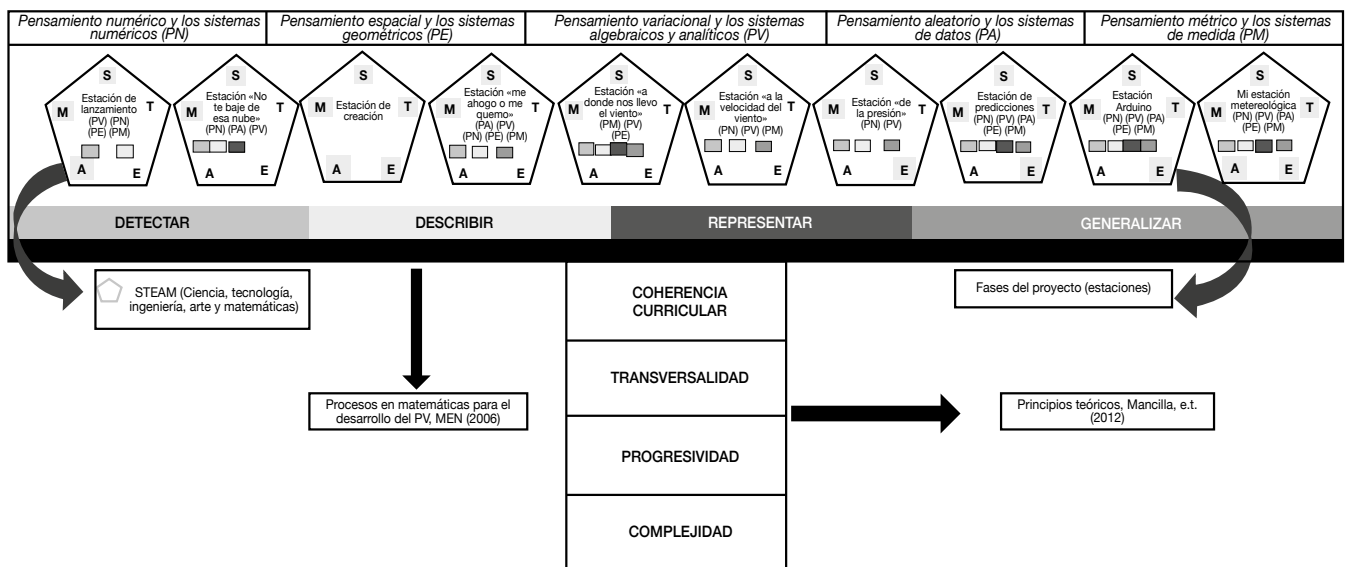
El proyecto se desarrolló con estudiantes de sexto grado (11 a 13 años) de un colegio privado de Medellín (Colombia) en el marco de una estrategia institucional denominada «proyectos integrales».

3. Resultados

Para este reporte se presenta el diseño del proyecto y la relación con el sistema de tareas, y se ejemplifica lo acontecido en la semana 5, en relación con el desarrollo del pensamiento variacional asociado a la dirección del viento.

En la Figura 1 se aprecia en la parte vertical del esquema, la ubicación de los principios teóricos del sistema de tareas. En la parte horizontal se encuentran diez pentágonos que corresponden a las fases de la implementación; cada una contiene: nombre de la estación relacionado con la temática a trabajar, áreas STEAM ubicadas en los vértices del pentágono, pensamientos asociados a cada estación nominados por sus iniciales y procesos del pensamiento variacional representados en cuadros de colores.

Figura 1
Sistema de Tareas



Nota: Elaboración propia

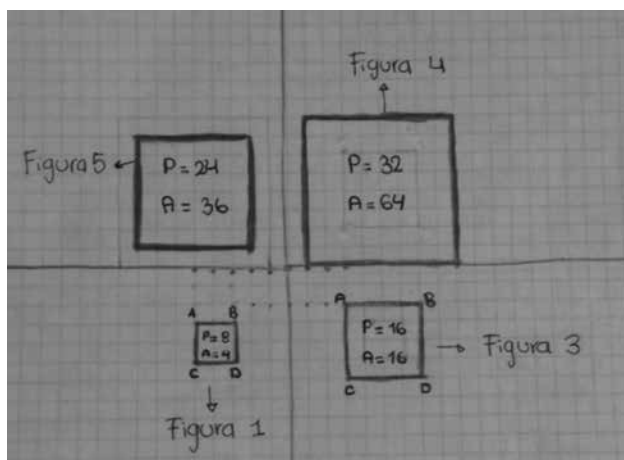
A modo de ejemplo se describe el diseño de la semana 5: los estudiantes reconocieron los puntos cardinales y formaron una figura (Figura 2) que luego plasmaron en una hoja cuadriculada y modificaron mediante procesos de transformación al seguir instrucciones como «aumenta la figura 2 unidades» o «traslada 3 unidades al oeste».

Figura 2
Construcción de figuras



En un segundo momento, cada estudiante ubicaba cuatro puntos en el plano que formaban un cuadrado (ver Figura 3). A este se le cambiaba su tamaño y su posición a través de transformaciones en el plano practicadas previamente. Los estudiantes analizaban el perímetro y el área de cada cuadrado, detectando lo que cambia y lo que permanece constante.

Figura 3
Transformación de cuadrados en el plano



Nota: Elaboración propia

Posteriormente, los estudiantes se enfrentaron a preguntas que les permitían establecer relaciones entre las figuras. Incluso, algunos describían que esas relaciones dependían del tamaño de la figura. Ahora bien, para hallar el perímetro de una figura los estudiantes establecieron relaciones espaciales y numéricas, tal como se evidencia en la siguiente respuesta: *Si la figura tres (Figura 3), hubiera aumentado solo en una unidad a cada lado, ¿Cuál sería su perímetro? ¿Por qué?: 24, porque antes de ampliar la figura era el perímetro 16 y después de aumentarlo 2 unidades quedó en 32, y 32 es 16 veces mayor que 16, por lo que como la mitad de 2 es 1, o sea que 16 a la mitad es 8, y 32 menos 8 = 24.*

Más aún, los estudiantes verbalizaron definiciones de perímetro y área al asociar el primero con el borde del cuadrado, y el segundo con el espacio en el interior de este. Así, al comunicar el procedimiento para hallarlos, manifestaban que era la suma de todos sus lados y la multiplicación de dos de ellos, respectivamente. Por último, desde el ejercicio de simbolizar matemáticamente sus comprensiones, se destacan las siguientes respuestas: « $P=L+L+L+L$ », « $P=L \times 4$ », « $A=L \times L$ ».

4. Discusión y conclusiones

Los resultados muestran que los principios del sistema de tareas influyen en el desarrollo del pensamiento variacional. Por ejemplo, en relación con el principio de complejidad, se observó en la semana 5 que los estudiantes desarrollaban los procesos de detección, descripción, representación y generalización, que dan cuenta del pensamiento variacional.

En particular, en el proceso de representación se evidencia el principio de transversalidad, al estar enmarcado en el pensamiento espacial con la transformación de figuras. Al respecto, Mason et al. (1999) mencionan que «ver» se refiere a la identificación mental de un patrón o una relación, «decir» a un intento de articular en palabras eso que se ha reconocido, y «registrar» a hacer visible el lenguaje mediante la simbología y la comunicación escrita.

De este modo se identifica que los estudiantes establecieron algunas relaciones significativas en expresiones como «lo que veo es que el área es un múltiplo de la medida de un lado del cuadrado». Otra relación es que identificaban que al trasladar la figura y no modificar el tamaño, el perímetro y el área no variaban. Así, los estudiantes demostraron el rigor que les representaba simbolizar estas relaciones mediante un lenguaje matemático.

5. Agradecimientos y reconocimientos

A los doctores Verónica Valderrama y Christian Giraldo por su orientación en este proceso formativo. A la Dra. Zaida Santa, quien a través del Semillero EDUMATH ha aportado al desarrollo del proyecto. Gracias a los estudiantes participantes y a la institución educativa por abrir sus puertas para el desarrollo de esta investigación.

6. Referencias bibliográficas

- Alsina, À., & Mulà Pons de Vall, I. (2022). Sumando competencias matemáticas y de sostenibilidad: Implementar y evaluar actividades interdisciplinarias. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 95, 23-30.
- Hernández Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2016). *Metodología de la investigación*. 6.ª edición. McGraw-Hill.
- Larmer, J., Mergendoller, J., & Boss, S. (2015). *Setting the Standard for Project Based Learning: A Proven Approach to Rigorous Classroom Instruction*. ASCD.
- Mason, J., & Spence, M. (1999). Beyond mere knowledge of mathematics: The importance of knowing to act in the moment. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 135-161.
<https://doi.org/10.1023/A:1003622804002>
- Maury Mancilla, E. A., Palmezano Sarmiento, G. J., & Cárcamo Barriosnuevo, S. J. (2016). Sistema de tareas para el desarrollo del pensamiento variacional en 5.º grado de educación básica primaria. *Escenarios*, 10(1), 7. <https://doi.org/10.15665/esc.v10i1.721>
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares en Matemáticas*. Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (MEN). (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje. Matemáticas*. MEN.
- Pérez Serrano, G. (2000). *Modelos de investigación cualitativa en educación social y animación sociocultural: Aplicaciones prácticas*. Narcea.
- Valero, P. (2018). Justicia Social y Educación Matemática: Una exploración de la política cultural de la educación matemática en un tiempo de fragilidad de los ideales de la justicia, la igualdad, la equidad y la democracia. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, 8(3), 40-56.

Construcción de conocimiento geométrico escolar en un proceso de formación inicial de profesores

Construction of School Geometric Knowledge in an Initial Teacher Training Process

Zaida Margot Santa-Ramírez¹

Resumen

En los programas de formación de profesores, los cursos de geometría suelen ser formales y teóricos, desarticulados de aspectos pedagógicos o didácticos que permitan su enseñanza. En ese contexto, la presente investigación pretende analizar cómo los profesores en formación construyen conocimientos geométricos escolares, de tal manera que se favorezca su desarrollo profesional docente. A través de un estudio de casos cualitativo se diseñan y evalúan tareas de formación que permitan que los profesores principiantes exploren diferentes estrategias de resolución, realicen construcciones y experimentaciones geométricas y generen conjeturas que puedan verificar y probar. Simultáneamente, se busca que desarrollen conocimientos disciplinares, pedagógicos y didácticos. Se espera que, con la articulación de estos conocimientos, se fortalezca el desarrollo profesional de los profesores en formación.

Palabras clave: construcción de conocimiento, desarrollo profesional, formación de profesores, geometría escolar, tareas de formación.

Abstract

In teacher training programs, geometry courses are often formal and theoretical, disconnected from pedagogical or didactic aspects that facilitate their teaching. In this context, this research aims to analyze how pre-service teachers construct school geometric knowledge in a way that enhances their professional development. Through a qualitative case study, training tasks are designed and evaluated to allow novice teachers to explore different problem-solving strategies, engage in geometric constructions and experiments, generate conjectures, and verify and prove them. This approach aims to develop disciplinary, pedagogical, and didactic knowledge simultaneously. The integration of these knowledge areas is expected to strengthen the professional development of pre-service teachers.

Keywords: knowledge construction, professional development, teacher training, school geometry, training tasks.

¹ Universidad de Antioquia. Colombia, zaida.santa@udea.edu.co, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0272-2405>

1. Introducción

Aunque se reconoce que la geometría es una de las ramas de las matemáticas más intuitivas, concretas, relacionadas y cercanas a nuestro mundo (Serin, 2018), y que puede ofrecer infinitas posibilidades de experimentar, a través de herramientas o medios adecuados, sus conceptos, procedimientos, propiedades o problemas (Villarroel & Sgreccia, 2011), se observa, en muchos procesos académicos, que esta se ha usado como «terreno natural para la introducción de la deducción» (Ministerio de Educación Nacional, MEN, 2004, p. 8). En este tipo de contexto suele usarse una geometría formal, que se fundamenta en la demostración y validación de conjeturas, en problemas rutinarios que impiden la conexión con otros contenidos geométricos (Madrid, 2015), o en el uso de fórmulas memorizadas que no han sido comprendidas o se desconoce su aplicación (Santa, 2016).

En el escenario específico de la formación de profesores de Geometría también ocurren este tipo de situaciones. Los estudiantes reciben cursos de geometría formales y teóricos, alejados de los contextos en los cuales tiene aplicación, o desarticulados de aspectos pedagógicos o didácticos que permitan su enseñanza en un futuro, cuando los maestros principiantes desarrollen su práctica pedagógica (González, 2014). Al respecto, varios estudios han constatado que los modelos curriculares imperantes en América Latina están fragmentados o han hecho hincapié en la parte disciplinar, y dejan de lado relaciones importantes e integraciones con el conocimiento pedagógico o didáctico (Vaillant, 2013; Aroca, Blanco-Álvarez & Gil, 2016; Ruiz, 2017).

Lo anterior implica una necesidad de construir conocimientos geométricos escolares en seminarios de formación, que favorezcan el desarrollo profesional del futuro profesor y le permitan reflexionar, de manera crítica, en y sobre su práctica pedagógica, al igual que empezar a constituir su identidad como profesor. Por lo tanto, esta investigación pretende responder la siguiente pregunta: ¿cómo construyen los profesores en formación conocimientos geométricos escolares, de tal manera que se favorezca su desarrollo profesional docente?

2. Metodología

Considerando que el objeto de estudio del proyecto es la construcción de conocimientos geométricos escolares, en un proceso de formación inicial de profesores, entonces el enfoque que lo orienta es de corte cualitativo. Esto se debe a que se interpreta un fenómeno de tipo social (formación inicial de profesores), el cual no sigue un proceso claramente definido (Hernández et al., 2014). En este escenario, la investigación se presenta como un proceso de constitución mutua, donde los resultados no se subordinan al marco teórico o a la pregunta planteada, sino que la respuesta a esta emerge de las interacciones entre las generalidades del estudio, la visión del conocimiento, la metodología, el trabajo de campo, los procedimientos de análisis y los mismos resultados.

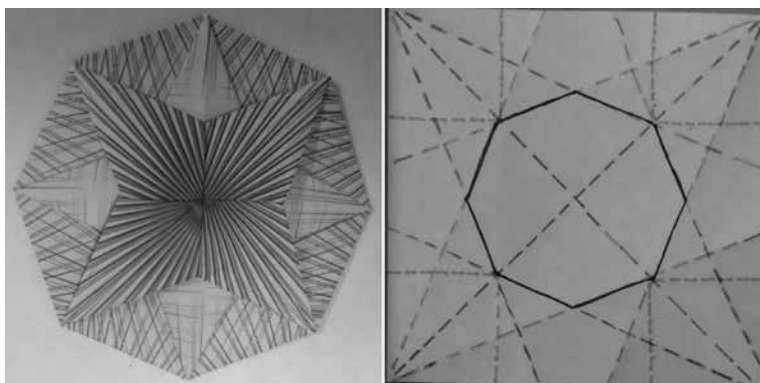
El tipo de estudio que aborda esta investigación es un estudio de casos de un grupo de estudiantes de una licenciatura en Matemáticas de una universidad pública de Antioquia (Colombia), participantes, de manera voluntaria, en un semillero de investigación.

Se pretende analizar en profundidad un caso (cada estudiante que participe del proceso) para responder al planteamiento del problema y a los objetivos propuestos (Yin, 2009). De acuerdo con lo anterior, se espera generar perspectivas teóricas acerca de la construcción de conocimiento geométrico escolar por parte de los profesores en formación para favorecer su desarrollo profesional.

3. Resultados

En los primeros encuentros del semillero se propusieron algunas tareas de formación para que los estudiantes analizaran los conceptos geométricos implícitos y reflexionaran sobre su posible proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula. En este escrito se presenta una de las tareas desarrolladas, en la que se construyó un octágono mediante el doblado de papel y se analizó su mosaico de pliegues para observar propiedades geométricas que se podrían enseñar en el aula (Figura 1). En el encuentro participaron cinco profesores en formación.

Figura 1
Registro fotográfico de la figura construida por estudiante 1 y de su mosaico de pliegues



Nota: Fuente propia.

Durante el diálogo acerca del mosaico de pliegues, los estudiantes visualizaron que el octágono se forma con la intersección de algunos segmentos que dividen los cuatro ángulos rectos del cuadrado en cuatro ángulos congruentes (bisectrices de bisectrices). Asimismo, se observaron cuatro cuadrados pequeños en las esquinas del cuadrado principal y dos cuadrados que envuelven el octágono. Se discutió la manera de «mostrar», con doblado de papel, que los cuadriláteros en cuestión eran cuadrados. Al respecto, se originó el siguiente diálogo:

Investigadora: ¿Qué observan en el mosaico de pliegues?

Estudiante 1: Cuando se construyó la diagonal del cuadrado inicial, se bisecaron los ángulos rectos. Luego, se llevaron los lados adyacentes del cuadrado sobre esa diagonal y esto generó que se bisecaran esos ángulos. Vemos que se dividió el ángulo recto en cuatro ángulos congruentes. Este proceso se repitió para los otros ángulos rectos del cuadrado inicial. Las intersecciones de algunas de estas bisectrices de bisectrices generan el octágono.

Estudiante 3: Observo dos cuadrados en el centro que envuelven al octágono y también cuatro cuadrados en las esquinas del cuadrado inicial.

Investigadora: Muy bien. ¿Cómo podemos mostrar que son cuadrados?

Estudiante 5: Con el doblado de papel se pueden superponer los lados, lo que nos permite mostrar la congruencia de estos. De los ángulos rectos, no sé...

Estudiante 1: Creo que se puede mostrar perpendicularidad dado que se observan cuatro ángulos congruentes, gracias al doblado de papel, que suman 360° , entonces dividido en cuatro da 90° . O también con un ángulo llano dividido en dos ángulos congruentes.

Investigadora: Muy bien, ¿y esto cómo lo podemos usar en el aula?

Estudiante 2: Creo que la construcción se puede trabajar con estudiantes de 13 o más años. Podemos usarla de varias maneras: una artística, una para comprender conceptos como bisectriz, perpendicularidad, cuadrado, congruencia, entre otros; y creo que también nos permite empezar a entender cómo pasar de la visualización a la justificación.

4. Discusión y conclusiones

Aunque los resultados presentan un diálogo sobre una construcción hecha con papel doblado y el trabajo de campo del estudio está en sus inicios, se puede observar que la tarea de formación podría caracterizarse como exploratoria-investigativa, según las ideas de Borba et al. (2014). Esto se debe a que ofrece medios para que los profesores en formación exploren diversas estrategias de resolución, realicen construcciones y experimentaciones geométricas, y generen conjeturas que puedan verificar y probar. De igual modo, les posibilita desarrollar, de manera simultánea, conocimientos disciplinares, pedagógicos y didácticos (Ball & Cohen, 1999).

De acuerdo con Azcárate y Cardeñoso (1998), la formación inicial se considera como la primera fase del desarrollo profesional docente, dado que en esta se empieza a consolidar un conocimiento práctico profesional, el cual refleja un modelo didáctico propio de cada profesor en formación, que se hace cada vez más explícito. De ahí la relevancia de empezar a fortalecer el desarrollo profesional de los profesores en formación, a través de la construcción

de conocimiento geométrico escolar y en la articulación de los conocimientos disciplinar y pedagógico o didáctico, para reflexionar en torno a las futuras prácticas pedagógicas.

5. Agradecimientos y reconocimientos

Este proyecto es financiado por el Fondo de Apoyo al Primer Proyecto del Comité para el Desarrollo de la Investigación (CODI) de la Universidad de Antioquia, Colombia, código 2022-47950.

6. Referencias bibliográficas

- Aroca, A., Blanco-Álvarez, H., & Gil, D. (2016). Etnomatemática y formación inicial de profesores de matemáticas: el caso colombiano. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(2), 85-102.
- Azcárate, P., & Cardeñoso, J. (1998). La formación inicial de profesores de matemáticas, finalidades, limitaciones y obstáculos. *Investigación en la Escuela*, (35), 76-85.
- Ball, D., & Cohen, D. (1999). Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. In G. Sykes & L. Darling-Hammond (Eds.), *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice* (pp. 3-32). Jossey Bass.
- Borba, M., Scucuglia, R., & Gadandis, G. (2014). *Fases das tecnologias digitais em educação matemática. Sala de aula e internet em movimento*. Autêntica.
- González, J. (2014). Formación inicial de profesores en geometría con GeoGebra. *Revista Iberoamericana de Educación*, (65), 161-172.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. McGraw-Hill.
- Madrid, M. (2015). Enseñando Geometría: Geogebra 3D en la formación para maestros. *Épsilon-Revista de Educación Matemática*, 32(2), 31-38.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2004). *Serie Documentos: Pensamiento geométrico y Tecnologías Computacionales*. Enlace Editores Ltda.
- Ruiz, A. (2017). *Mathematics teacher preparation in Central America and the Caribbean. The cases of Colombia, Costa Rica, the Dominican Republic and Venezuela*. Springer.
- Santa, Z. (2016). *Producción de conocimiento geométrico escolar de un colectivo de profesores con doblado de papel* [Tesis doctoral no publicada]. Universidad de Antioquia.
- Serin, H. (2018). Perspectives on the Teaching of Geometry: Teaching and Learning Methods. *Journal of Education and Training*, 5(1), 131-137.
- Villarroel, S., & Sgreccia, N. (2011). Materiales didácticos concretos en geometría en primer año de secundaria. *Números*, 78, 73-94.
- Vaillant, D. (2013). Formación inicial del profesorado en América Latina: dilemas centrales y perspectivas. *Revista Española de Educación Comparada*, 22, 185-206.
- Yin, R. (2009). *Case study research. Design and methods*. Sage.

La enseñanza de la estadística de pregrado siguiendo los pasos de un proyecto de investigación y empleando las TIC

Teaching Undergraduate Statistics by Following the Steps of a Research Project and Using ICT

Martín De Los Heros-Rondenil¹

Sandra Carmen Murillo-López²

Resumen

¿La recolección y el análisis de datos siguiendo los pasos de un proyecto de investigación científica fortalece el pensamiento estadístico en la enseñanza en el nivel de educación superior? Para responder esta pregunta se recuperaron los recursos didácticos empleados en un curso de Especialización. En el diseño instruccional se consideran cinco aspectos: a) la revisión de los conceptos, b) la operacionalización de las variables, c) la elaboración y aplicación del instrumento de recolección de datos, d) la validación de la base de datos, e) la exploración y el análisis de datos mediante la estadística descriptiva. Se fortaleció el pensamiento estadístico porque se trabajó con datos reales, despertando el interés e involucramiento de los estudiantes. Se mejoró el entendimiento del proceso de la investigación científica con técnicas de análisis cuantitativo y se fortaleció la comprensión de principios centrales de la estadística, como la variabilidad y la distribución.

Palabras clave: enseñanza estadística, pensamiento estadístico, investigación científica, diseño instruccional, uso de las TIC.

Abstract

Does data collection and analysis following the steps of a scientific research project strengthen statistical thinking in higher education teaching? To answer this question, the didactic resources used in a specialization course were reviewed. The instructional design considered five aspects: a) the review of concepts, b) the operationalization of variables, c) the development and application of the data collection instrument, d) the validation of the database, and e) the exploration and analysis of data using descriptive statistics. Statistical thinking was strengthened because real data was used, sparking the interest and involvement of students. Understanding of the scientific research process was improved with quantitative analysis techniques, and comprehension of central statistical principles, such as variability and distribution, was reinforced.

Keywords: teaching of statistics, statistical thought, scientific research, instructional design, use of ICT.

¹ Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales (FLACSO). México, mheros@flacso.edu.mx, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3297-0314>

² Instituto de Investigaciones Sociales (UNAM). México, sandracmurillol@sociales.unam.mx, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8504-0543>

1. Introducción

La pregunta que guía el documento es ¿La recolección y el análisis de datos siguiendo los pasos de un proyecto de investigación científica, fortalece el pensamiento estadístico en la enseñanza en el nivel de educación superior?

El desarrollo de la enseñanza de la estadística impartida en el curso toma como referencia las propuestas de Wild (1994), Cobb y Moore (1997), Moore (1997), Wild y Pfannkuch (1999), Ben-Zvi (2000), Makar y Fielding-Wells (2011), Pfannkuch y Ben-Zvi (2011), entre otros autores. Ellos recomiendan utilizar proyectos de investigación para fortalecer el pensamiento estadístico. Además, en el caso de estudio se integra el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) (IBM-SPSS, Excel y PSPP).

La enseñanza de la estadística basada en investigación se deriva de las ideas de Tukey (1977), quien incorpora el Análisis Exploratorio de Datos (EDA, por sus siglas en inglés). Cobb y Moore (1997) añaden que ese debe ser el enfoque inicial de la enseñanza de la estadística porque se ocupa de las tendencias y los patrones en los conjuntos de datos. Estas ideas se han materializado en el ajuste curricular de la estadística en varios países (Ben-Zvi, 2000). Este cambio implica la generación de datos reales, proceso en el que debe involucrarse a los estudiantes para impulsarlos a desarrollar el pensamiento estadístico (Garfield & Ben-Zvi, 2008). Se considera el ciclo o proceso de investigación científica (Garfield & Ben-Zvi, 2008; Pfannkuch & Ben-Zvi, 2011), que abarca desde la especificación del problema hasta el análisis de los resultados y la elaboración de las conclusiones.

Para el desarrollo del pensamiento estadístico se han propuesto diversos modelos. Se recupera la propuesta de Wild y Pfannkuch (1999), que considera lo siguiente: i) reconocer la necesidad de tener más datos; ii) reconocer y comprender la variación en los datos; iii) capacidad de *transnumerar*¹ los datos de varias maneras para ayudar a darles más sentido; iv) usar modelos para razonar sobre el problema; v) considerar el contexto del problema y cómo este contexto se relaciona con el conocimiento estadístico.

Para el diseño instruccional se retoman los principios de Cobb y McClain (2004):

1. Desarrollar las ideas estadísticas centrales (variación y distribución) antes de presentar las herramientas o procedimientos.
2. Delinear las características de las actividades de instrucción, como la utilización de datos reales y motivadores, para involucrar a los estudiantes en el análisis de datos.
3. Estructurar en el aula las actividades que apoyen el razonamiento de los estudiantes sobre la generación y el análisis de datos.
4. Integrar herramientas tecnológicas que permitan a los estudiantes probar hipótesis, explorar y analizar datos, y desarrollar su pensamiento estadístico.

¹ Es el proceso de cambiar la representación de los datos para obtener una mejor comprensión. Su descripción incluye tres aspectos: capturar medidas reales; reorganizar y calcular los datos; comunicar los datos a través de alguna representación (Wild & Pfannkuch, 1999, p. 227).

5. Promover discusión en el aula que incluya argumentos estadísticos o que los estudiantes participen en conversaciones, discusiones que se enfocan en ideas estadísticas significativas (p. 392).

2. Metodología

El estudio de caso se desarrolló en el curso «Métodos y técnicas cuantitativas aplicadas a la negociación» de la Especialidad en Negociación y Gestión de Conflictos Políticos y Sociales, impartida en la Facultad de Ciencias Políticas y Sociales-UNAM, generación 2022-2023. La evidencia empírica se obtuvo del cuestionario aplicado en línea (Google Forms), entre el 23 y el 26 de septiembre de 2022, al total de los alumnos de la generación de la especialidad 2022-2023, conformada por 53 estudiantes. Se recibió respuesta de 27 alumnos (16 mujeres y 11 hombres). El instrumento se puede consultar en la siguiente liga: <https://r.issu.edu.do/g1R>

Las actividades se realizaron mediante trabajo colaborativo en salas de Zoom (sesiones en línea) o en el laboratorio de cómputo y plenarias con presentaciones y retroalimentación del docente y pares, con la integración de TIC en las fases del proceso enseñanza-aprendizaje y siguiendo los principios del diseño instruccional de Cobb y McClain (2004). Los estudiantes presentaron avances parciales y luego el informe final.

Para el EDA se utilizaron técnicas de representación de los datos con tablas de frecuencias y gráficas estadísticas unidimensionales. Se enfatizaron los conceptos de dato, distribución y variación. Asimismo, se realizó la depuración de la base de datos y se buscó la homogeneidad de la unidad de medida de las variables. El procesamiento de datos implicó el cálculo de medidas de tendencia central (media, mediana y moda), de dispersión (rango, varianza, desviación estándar), de distribución (asimetría y curtosis), de posición (cuartiles) para datos agrupados y sin agrupar. Para el análisis descriptivo se elaboraron tablas de contingencia de doble entrada y gráficas de dos variables para datos agrupados.

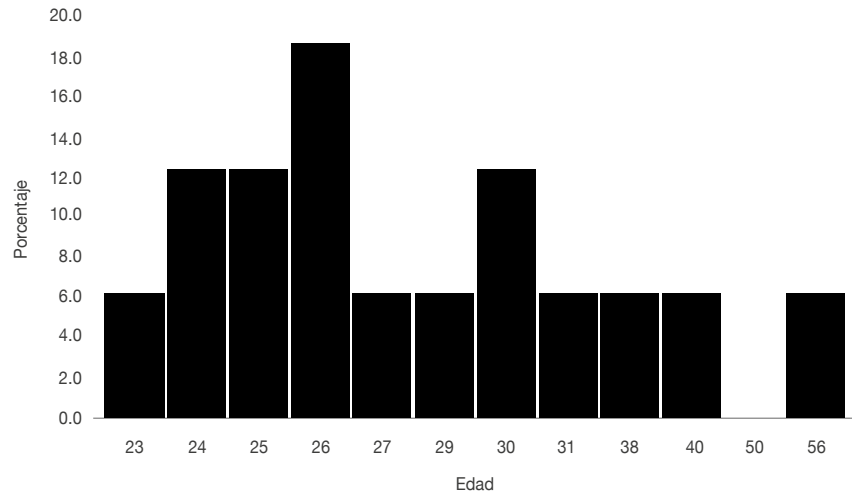
3. Resultados

La información de la base de datos con 27 casos se recuperó y se trabajó en Excel. La primera actividad fue realizar la validación y consistencia de la información (limpieza), homogeneizando las unidades de medida (por ejemplo, en las respuestas de la edad y en horas semanales trabajadas se incluyó texto que fue eliminado). También se recodificaron las variables precodificadas que estaban en texto, como la de género (femenino, masculino) por código (1, 2).

La exploración y el análisis de datos permite detectar tendencias y patrones, para lo cual se utilizaron herramientas de representación como gráficas y tablas de frecuencia unidimensionales de todas las variables del instrumento. De acuerdo con el tipo de variable (cualitativa nominal u ordinal; cuantitativa discreta o continua), se emplearon gráficas de barras, línea, circular (*pie*), histograma; además, se utilizó el paquete estadístico SPSS, PSPP y Excel.

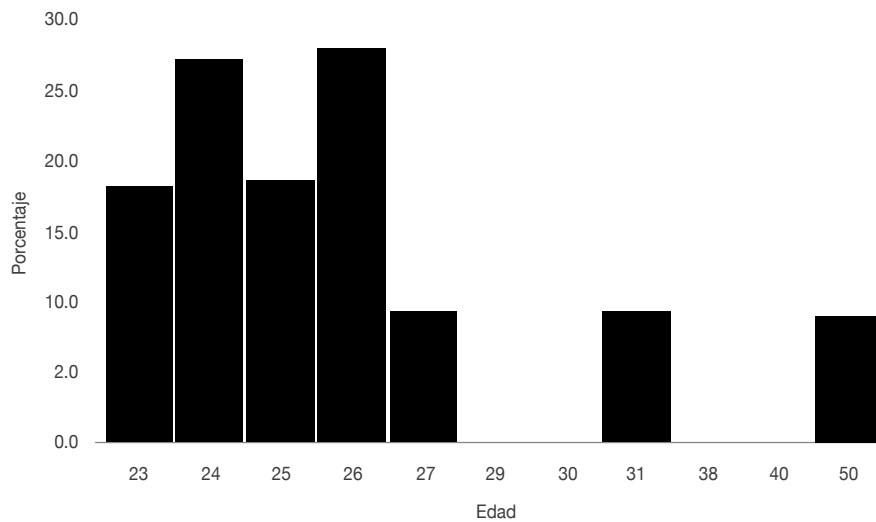
Para fortalecer la comprensión de los fundamentos estadísticos de distribución y variación se presenta el histograma del porcentaje de la edad de hombres (derecha) y mujeres (izquierda).

Figura 1
FCPyS: histograma de las mujeres, 2022 (%)



Fuente: CMTCAN, cuestionario de empleabilidad, septiembre 2022.

Figura 2
FCPyS: histograma de los hombres, 2022 (%)

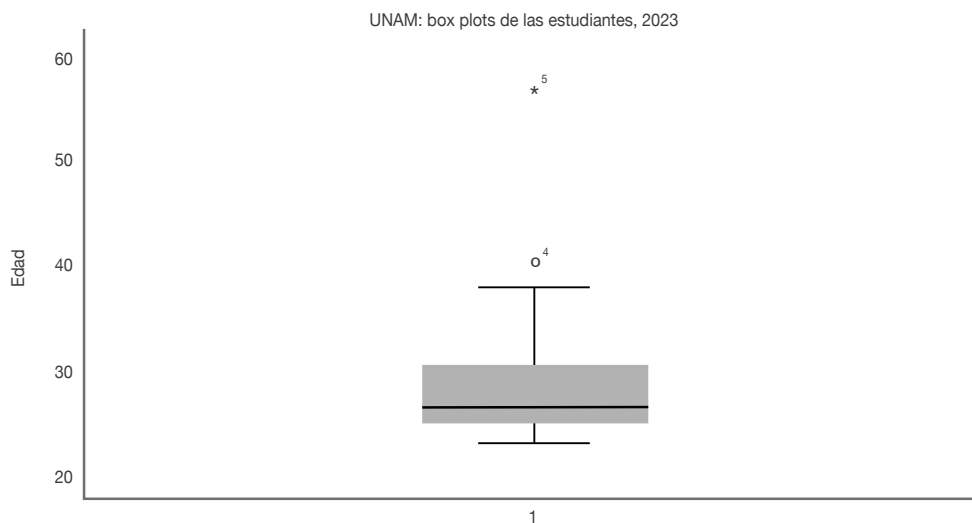


Fuente: CMTCAN, cuestionario de empleabilidad, septiembre 2022.

El primer acercamiento intuitivo para comprender las ideas de distribución y variabilidad se hizo patente con este ejercicio. La variación, parte consustancial de la estadística y su percepción, es un tipo fundamental de pensamiento estadístico (Wild & Pfannkuch, 1999). Dada la distribución porcentual de frecuencias, el número de edades y la edad con valor extremo o atípico, los estudiantes señalaron que la mayor variación por las edades comprendidas del histograma la presentaban las mujeres. Asimismo, la distribución está más concentrada en pocas edades entre los hombres. En este razonamiento intervienen conceptos que dependen de la distribución, como variabilidad, forma, centro, densidad, frecuencia relativa (Reading & Canada, 2011; Sánchez, et al., 2011), que son las que más recuerda una persona (Garfield & Ben-Zvi, 2008).

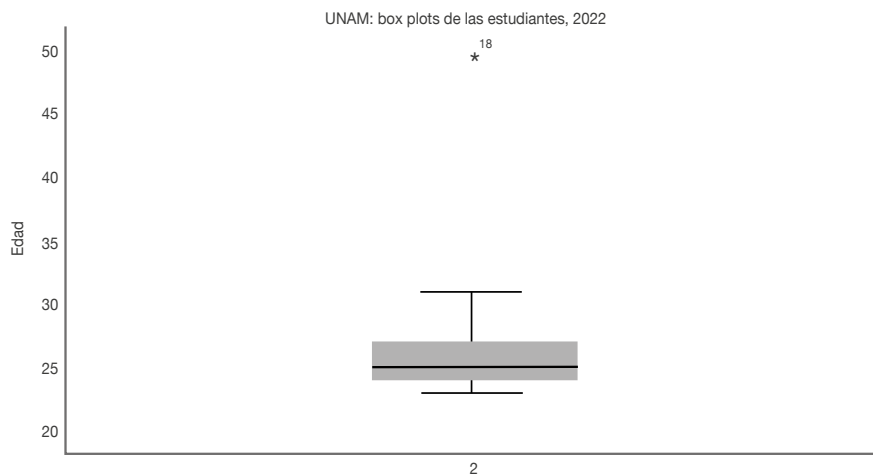
Para confirmar la intuición de distribución y variación se utilizó la gráfica de *box plots* (diagrama de caja y bigote), mujeres (izquierda), hombres (derecha). Se puede observar que la mayor concentración de datos lo registran los hombres (caja de menor tamaño donde se ubica el 50 % de los datos).

Figura 3
FPCyS: *box plots* de edad mujeres, 2022



Fuente: CMTCAN, cuestionario de empleabilidad, septiembre 2022.

Figura 4
FCPyS: *box plots* de edad hombres, 2022



Fuente: CMTCAN, cuestionario de empleabilidad, septiembre 2022.

En cuanto a la estadística descriptiva, los cálculos realizados en SPSS confirmaron el análisis gráfico sobre la distribución y variabilidad de los datos de edad por género en el grupo de estudiantes. El rango confirma una mayor variabilidad de edad en el caso de las mujeres (más de seis años de diferencia), lo cual se reafirma con una mayor dispersión respecto al valor central (media) indicada por la desviación estándar. Otras medidas utilizadas para evaluar la distribución son la asimetría y el índice de curtosis.

Las dudas afloran cuando se realiza la comparación de grupos de tamaños diferentes, que requieren el dominio de la noción de proporcionalidad, reconocida en la literatura como un obstáculo conceptual cuando se aprende estadística (Shaughnessy, 2007), que se comprobó en este ejercicio.

4. Discusión y conclusiones

Enseñar estadística con proyectos de investigación cuantitativa supone un gran desafío, por las competencias, los conocimientos, la experiencia y el tiempo para llevar a cabo la estrategia didáctica y la realización de las actividades de enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, se logra trabajar con datos reales donde se involucra a los estudiantes, integrando las TIC que facilitan la representación y los diversos cálculos. Asimismo, facilita la práctica de ideas estadísticas centrales como la variación y la distribución de los datos, fortalecen su aprendizaje en la elaboración de instrumentos de recopilación de datos y en el proceso de análisis de información.

Se fomentó las habilidades estadísticas y el desarrollo del proyecto de investigación con base en trabajo colaborativo, siguiendo las pautas del diseño instruccional. Las actividades

planteadas en el aula y las dinámicas que se establecieron para pensar y argumentar tuvieron evidencia estadística. La experiencia demuestra logros de avances en la identificación de tendencias o patrones en los datos representados en tablas y gráficas, la comprensión de variación y distribución que fortalece el pensamiento estadístico y el uso de las TIC. El producto final de análisis descriptivo fue presentado en audio (entrevista), video, en la red Tik Tok, ejercicios en Kahoot y los clásicos reportes escritos digitales.

5. Agradecimientos y reconocimientos

Un agradecimiento a todos los estudiantes del programa único de especializaciones que contestaron el cuestionario, y un reconocimiento a los estudiantes del curso que pusieron en práctica esta dinámica.

6. Referencias bibliográficas

- Ben-Zvi, D. (2000). Toward understanding the role of technological tools in statistical learning. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1-2), 127-155.
https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0202_6
- Cobb, G. W., & Moore, D. S. (1997). Mathematics, statistics, and teaching. *American Mathematical Monthly*, 104, 801-823.
- Cobb, P., & McClain, K. (2004). Principles of instructional design for supporting the development of students' statistical reasoning. In D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking*. (pp. 375-396). Kluwer Academic Publishers
- Garfield, J. B., & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. Springer.
- Makar, K., & Fielding-Wells, J. (2011). *Teaching Teachers to Teach Statistical Investigations*. Cap. 33 (pp. 347-358). https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_33
- Moore, D. (1997). New pedagogy and new content: The case of statistics. *International Statistical Review*, 65(2), 123-137.
- Pfannkuch, M., & Ben-Zvi, D. (2011). *Developing Teachers Statistical Thinking*. Cap. 31 (pp. 323-333). https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_31
- Reading, C., & Canada, D. (2011). *Teachers Knowledge of Distribution*. Cap. 23 (pp. 223-234). https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_23
- Sánchez, E., Borim da Silva, C., & Coutinho, C. (2011). *Teachers Understanding of Variation*. Cap. 22 (pp. 211-221). https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_22
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 957-1010). Information Age Publishing.
- Tukey, J. W. (1977). *Exploratory Data Analysis*. Addison-Wesley.
- Wild, C. J. (1994). On Embracing the "Wider View" of Statistics. *The American Statistician*, 48, 163-171.
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical inquiry (with discussion). *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.

El pensamiento computacional en el aprendizaje de métodos numéricos para la solución de ecuaciones no lineales

Computational Thinking in Learning Numerical Methods for Solving Nonlinear Equations

Rogel Rafael Rojas-Bello¹

Resumen

Este estudio presenta el proceso de enseñanza-aprendizaje de ecuaciones no lineales como parte de la asignatura Análisis Numérico. Se integraron los elementos básicos del pensamiento computacional (PC) apoyados por el paquete Wolfram Mathematica en una sección de 18 estudiantes de la licenciatura en Matemáticas orientada a la Educación Secundaria de ISFODOSU, recinto FEM, en 2023. Este trabajo se enmarca en la ruta cuantitativa de enfoque exploratorio-descriptivo y busca conocer las opiniones de los estudiantes sobre la introducción del PC en el aprendizaje de ecuaciones no lineales. Se comenzó con la aplicación de un instrumento diagnóstico para tener una idea de los conocimientos generales de los estudiantes sobre el PC. Luego se socializaron los elementos principales del PC y la sintaxis del *software* Wolfram Mathematica, para posteriormente abordar los problemas.

Abstract

This study presents the teaching-learning process of nonlinear equations as part of the Numerical Analysis course. The basic elements of Computational Thinking (CT), supported by the Wolfram Mathematica package, were integrated into a section of 18 students from the Mathematics degree program oriented towards Secondary Education at ISFODOSU, FEM campus, in 2023. This work falls within the quantitative exploratory-descriptive approach and aims to understand the students' opinions on introducing CT in learning nonlinear equations. The study began with the application of a diagnostic tool to gauge the students' general knowledge of CT. Then, the main elements of CT and the syntax of the Wolfram Mathematica software were shared before addressing the problems. At the end of the activities, it was found that the participants positively valued the CT elements for tackling

¹ Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña (ISFODOSU). República Dominicana, rogel.rojas@isfodosu.edu.do, ORCID: 0000-0002-9183-7572

Al término de las actividades se constató que los participantes valoraron de manera positiva los elementos del PC para afrontar las situaciones problemáticas. Además, los estudiantes opinaron que la utilización del PC en la asignatura Análisis Numérico es muy útil y consideraron diseñar actividades que involucren el PC en sus futuras clases de secundaria.

Palabras clave: análisis numérico, pensamiento computacional, opiniones, estudiantes, ecuaciones no lineales.

problematic situations. Additionally, the students found CT in the Numerical Analysis course to be very useful and considered designing activities that incorporate CT in their future secondary school classes.

Keywords: numerical analysis, computational thinking, opinions, students, nonlinear equations.

1. Introducción

Análisis Numérico es una asignatura de la malla curricular de la licenciatura en Matemáticas orientada a la Educación Secundaria, carrera que se cursa en el Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña (ISFODOSU), recinto FEM en República Dominicana. Esta asignatura teórico-práctica es de carácter obligatorio y pertenece al componente de formación disciplinar. Contempla el abordaje de los distintos tipos de métodos para resolver numéricamente las ecuaciones no lineales. Debido a que estos métodos demandan una gran cantidad de cálculos y operaciones repetitivas, es necesario apoyarse en un *software* con el cual hay que desarrollar técnicas de resolución de problemas relacionados con programación. Estas metodologías y técnicas son parte del pensamiento computacional (PC). En el sentido más amplio, el término PC se utiliza para inferir y abordar diversas áreas del conocimiento en muchas situaciones (Bordignon & Iglesias, 2018).

La programación se concibe como la implementación de un conjunto de acciones en un determinado lenguaje, el cual debe ser preciso y finito, y que de alguna manera puede interpretar y ejecutar una computadora. La programación, como recurso, ayuda a organizar procesos mentales, a diseñar diferentes rutas para solucionar problemas de muchas áreas de la ciencia y de la vida cotidiana (Muñoz et al., 2022; Narváez & López, 2022; Román, 2019).

Muchas instituciones gubernamentales en el mundo han acogido las ventajas de la programación. Por consiguiente, el Ministerio de Educación de la República Dominicana (MINERD, 2017), en la Revisión Curricular de Secundaria, específicamente dentro de los recursos y las acciones a incluirse en el aula, los docentes deben planificar e introducir situaciones pedagógicas que promuevan en sus discentes la utilización de las tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) como un recurso que beneficia el aprendizaje cooperativo e individual.

Serrano y Ortuño (2021), en un estudio realizado sobre las percepciones de estudiantes de magisterio acerca del desarrollo del PC, concluyen que los estudiantes consideran que el PC mejora la creatividad y las habilidades cooperativas; además, las acciones asociadas a la resolución de problemas son valoradas de manera positiva por los estudiantes. Estos resultados coinciden con los de Allsop (2019) y Stewart et al. (2021).

De ahí surgió la necesidad de realizar este estudio, que en su desarrollo integró ecuaciones no lineales de la asignatura Análisis Numérico. En primer lugar se recogieron las opiniones de los estudiantes mediante un diagnóstico, lo cual permitió conocer las potencialidades o dificultades que tienen los discentes antes de comenzar las actividades pedagógicas. Los resultados y la introducción de componentes del PC en el desarrollo de las clases contribuyeron al objetivo general de este estudio: conocer las opiniones de los discentes acerca de la introducción del PC en el aprendizaje de ecuaciones no lineales. Las opiniones se midieron con un instrumento tipo Likert. Los resultados muestran que la dinámica desarrollada es muy bien valorada por los estudiantes.

2. Metodología

Es un estudio de enfoque cuantitativo y alcance exploratorio-descriptivo. Se aplicó un diagnóstico al inicio de la actividad pedagógica para recoger información representativa que mostró las opiniones de los estudiantes sobre los elementos del PC. Las actividades se desarrollaron de manera presencial en el primer cuatrimestre de 2023, y se socializaron los métodos numéricos para la solución de ecuaciones no lineales, los cuales forman parte del contenido del programa de la asignatura Análisis Numérico, con el apoyo de los componentes del PC para tales fines. Luego se aplicó un cuestionario final tipo Likert.

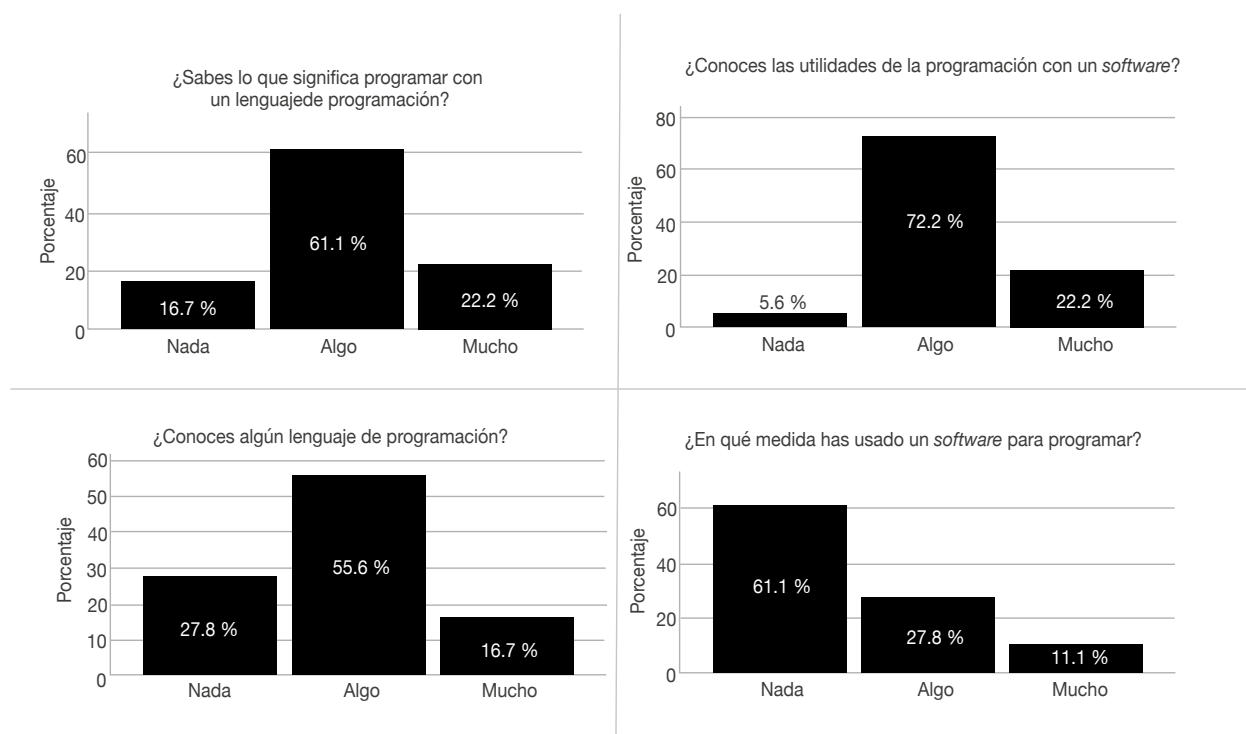
La validez externa del cuestionario diagnóstico (siete preguntas, con valores de respuestas: Mucho, Algo y Nada) y del cuestionario final (15 preguntas) se determinó aplicando el consenso de jueces expertos en las dimensiones: claridad, coherencia y pertinencia. Según García (2018), este procedimiento mide el índice de validez de contenido y requiere rigor estadístico para que el cuestionario pueda ser usado con éxito. Posteriormente, se aplicó el método de Hernández-Nieto (2002), que resultó en índices de validez de .986 y .985 para el cuestionario diagnóstico y el cuestionario final, respectivamente, los cuales son excelentes.

Para conocer el nivel de confiabilidad del cuestionario diagnóstico, este fue aplicado a 11 discentes mediante el alfa de Cronbach a través del paquete SPSS; se obtuvo un valor de 0.89, el cual es considerado bueno. Luego de las intervenciones áulicas se aplicó el instrumento final con el que los participantes dieron sus opiniones sobre el proceso.

3. Resultados

Los resultados de la prueba diagnóstica se presentan en la Figura 1, en la que se observa lo siguiente: el 77.8 % de los discentes contesta que sabe algo o nada del significado de programar con un lenguaje de programación y su utilidad; el 83.3 % opina que conoce algo o nada de un lenguaje de programación; y el 38.9 % de los estudiantes afirma que ha usado de alguna manera un lenguaje de programación.

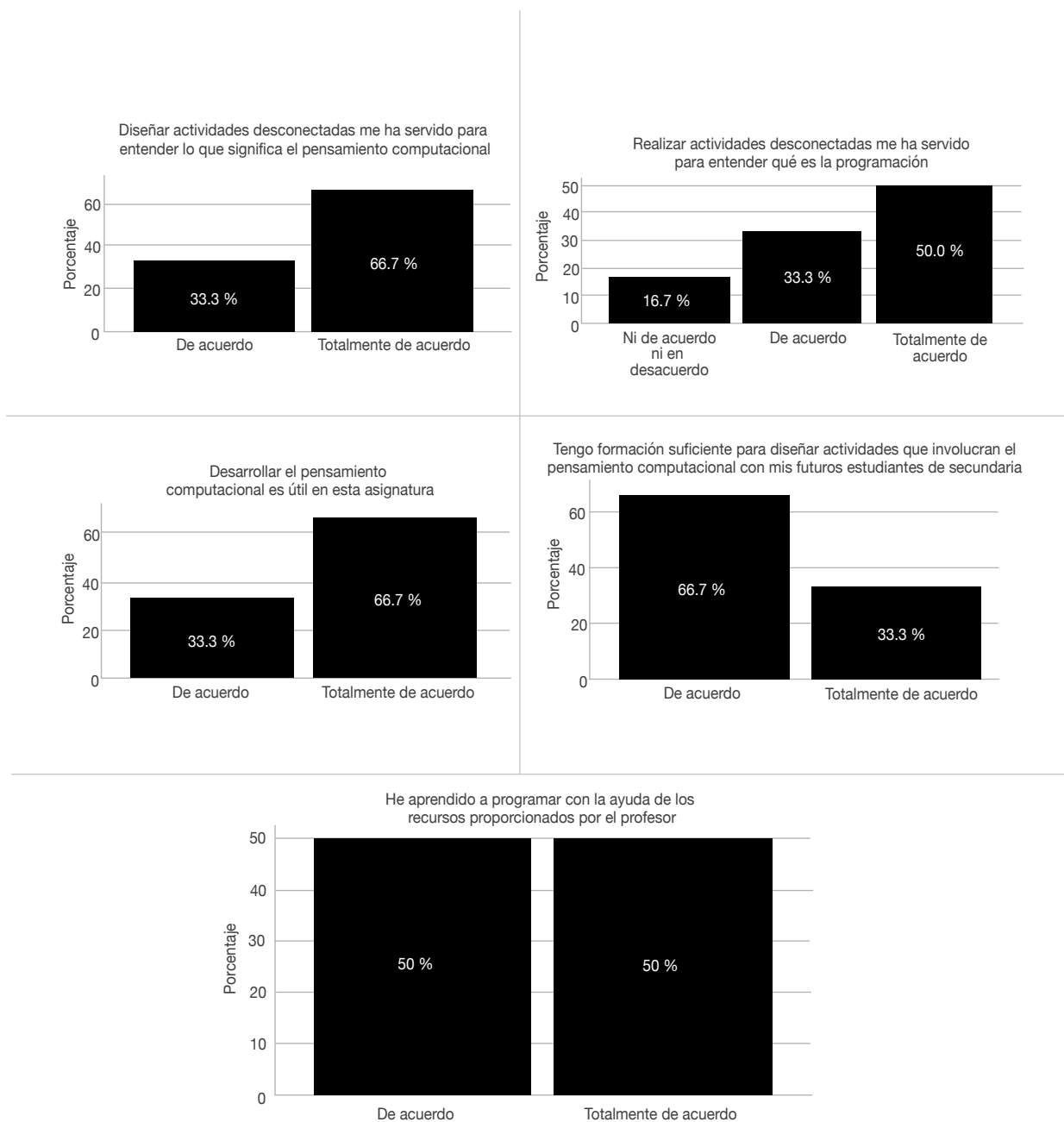
Figura 1
Respuestas de los discentes del diagnóstico



Nota: Elaborado por el autor.

Luego de las intervenciones áulicas a los estudiantes se les aplicó un cuestionario de 15 preguntas tipo Likert para conocer sus opiniones sobre la integración del PC en el aprendizaje de ecuaciones no lineales. Parte de lo recabado es ilustrado en la Figura 2, donde se evidencia que la totalidad de los estudiantes consideró que las actividades desconectadas realizadas en clase les ayudaron a entender de qué se trata el PC; el 83.3 % opinó que estas actividades también fueron útiles para entender qué es la programación. La totalidad de los estudiantes expresó que el PC es útil en el desarrollo del análisis numérico y que se siente capaz de desarrollar actividades que involucren el PC en sus futuros alumnos. Además, todos los estudiantes consideraron que aprendieron a programar con la ayuda de los recursos dados por el docente.

Figura 2.
Respuestas de los discentes del cuestionario final



Nota: Elaboración propia.

4. Discusión y conclusiones

Esta investigación arroja datos valiosos sobre las opiniones de los estudiantes acerca de la introducción del PC durante el aprendizaje de la asignatura Análisis Numérico. De acuerdo con lo recabado por medio del diagnóstico y el cuestionario de opiniones, se constata alta motivación y participación. Además, los discentes valoraron positivamente los elementos del PC para afrontar las situaciones problemáticas, lo cual concuerda con lo hallado por Serrano y Ortuño (2021), Allsop (2019) y Stewart et al. (2021).

Se observó la disposición de los estudiantes por conocer algo que para ellos es novedoso. Por lo tanto, una forma de aprovechar la asignatura Análisis Numérico es realizar cálculos repetitivos e ilustraciones para introducir algunas instrucciones que suelen estar disponibles en los lenguajes de programación y los paquetes numérico-algebraicos como el Wolfram Mathematica.

Cuando se les preguntó en el diagnóstico: ¿Sabes lo que significa programar con un lenguaje de programación?, la mayoría de los estudiantes respondió de manera negativa o neutral, lo cual difiere con las afirmaciones dadas por estos después de la intervención, cuando todos aseguraron haber aprendido a programar con los recursos proporcionados por el docente.

Asimismo, los discentes expresaron que los elementos del PC son muy útiles para abordar la asignatura Análisis Numérico, y que se sienten capaces de diseñar actividades que involucren el PC en sus futuras clases de matemáticas.

5. Referencias bibliográficas

- Allsop, Y. (2019). Assessing Computational Thinking Process Using a Multiple Evaluation Approach. *International Journal of Child-Computer Interaction*, 19, 30-55. <https://doi.org/10.1016/j.ijcci.2018.10.004>
- Bordignon, F., & Iglesias, A. (2018). *Introducción al pensamiento computacional*. EDUCAR S. E.
- García, R. (2018). Desenho e construção de um instrumento de avaliação da competência matemática: aplicabilidade prática de um julgamento de especialistas. *Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação*, 26(99), 347-372. <https://doi.org/10.1590/s0104-40362018002601263>
- Hernández-Nieto, R. (2002). *Instrumentos de recolección de datos en Ciencias Sociales y Ciencias Biomédicas*. Universidad de Los Andes. <https://r.issu.edu.do/?l=115928Dq>
- Muñoz, D., Domínguez, M., Gómez-Estern, F., Reinoso, Ó., Torres, F., & Dormido, S. (2022). Estado del arte de la educación en automática. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 19(2), 117-131. <https://doi.org/10.4995/riai.2022.16989>
- Narváez, L., & López, R. (2022). Identificación de errores en conceptos básicos de principios de programación. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, (13), e1222.
- Roman, R. (2019). *Lenguajes de programación Javascript* [Tesis de licenciatura, Universidad de Educación Enrique Guzmán y Valle]. Repositorio digital. <https://r.issu.edu.do/zm>

- Serrano, J., & Ortuño, G. (2021). Percepciones del profesorado en formación sobre el desarrollo del pensamiento computacional desde el Modelo 5PC. *EDUTEC. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 78, 212–230. <https://doi.org/10.21556/edutec.2021.78.2173>
- Stewart, W., Baek, Y., Kwid, G., & Taylor, K. (2021). Exploring Factors that Influence Computational Thinking Skills in Elementary Students' Collaborative Robotics. *Journal of Educational Computing Research*. 59(6), 1-32. <https://doi.org/10.1177/0735633121992479>